

# ADI-FDTD+ GRT 在波导电路分析中的应用

张岩, 吕善伟

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 本文研究时域有限差分法(FDTD)的一种新的时空压缩技术,并应用于波导电路的分析.首先分析了软激励条件下的改进的几何重置技术(GRT),研究了合理选择源面与参考面的放置位置,使GRT不仅减小了吸收边界对计算结果的影响,而且节省了计算空间,还可以精确得到全部散射参量.另外阐述了与交替方向隐式时域有限差分法(ADF-FDTD)相结合,使计算空间和时间同时被压缩,达到节省计算资源的目的.为了衡量ADF-FDTD+GRT算法的计算精度和效率,分析了包含不连续结构的波导作为算例,将其数值计算结果分别与传统FDTD和HFSS作比较,并将端面与参考面不同间距的ADF-FDTD+GRT与传统ADF-FDTD在仿真结果和资源占用方面进行对比,结果表明本文算法是精确和高效的.

**关键词:** 时域有限差分法; 隐式交替方向法; 几何重置技术; 波导

**中图分类号:** O441.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2005)09-1688-03

## Analysis of Waveguide Circuits Using the ADI-FDTD+ GRT Method

ZHANG Yan, LÜ Shanwei

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Attention is focused on analysis of waveguide circuits using the ADI-FDTD+GRT method to reduce the computational resources required. First, the conventional Geometry Rearrangement Technique (GRT) is modified for the soft source excitation and whole S parameters can be obtained by locating the source plane and the reference planes correctly. Not only the dominant boundary reflection can be cancelled but also the computational domain can be reduced by the modified GRT. And then the Alternating Direction Implicit Finite Difference Time Domain (ADI-FDTD) method is combined with the modified GRT. By the ADI-FDTD+GRT method the computational time and domain are saved, respectively. In order to demonstrate the computational accuracy and efficiency of this method, a waveguide with discontinuous structure is simulated as an example. The numerical results of this method are compared with those obtained by the conventional FDTD method and the HFSS. In addition the numerical results and the computational requirements of the different ADI-FDTD+GRT cases are compared with those of the conventional ADI-FDTD method. It is found that this method is accurate and efficient.

**Key words:** finite difference time domain (FDTD); alternating direction implicit (ADI); geometry rearrangement technique (GRT); waveguide

### 1 引言

时域有限差分法(Finite Difference Time Domain, FDTD)是一种简单有效的电磁场求解方法,通过一次计算就可以得到系统的宽频带信息.应用传统的FDTD,空间网格必须足够小( $\lambda/20 \sim \lambda/10$ ),而时间步长要满足Courant稳定条件,因此需要大量内存和较长仿真时间.

X. P. Lin 提出几何重置技术(Geometry Rearrangement Technique, GRT)<sup>[1]</sup>并应用于FDTD,该方法可以有效地减小吸收边界的影响,而且减小了计算空间,缺点是只能计算 $S_{21}$ .本文分析了在采用软激励条件下的改进的GRT原理,使改进后的GRT可以计算全部散射参量( $S_{11}$ 和 $S_{21}$ ).与时间步长不受Courant稳定条件限制的交替方向隐式时域有限差分法<sup>[2]</sup>(Alternating Direction Implicit Finite Difference Time Domain, ADI-FDTD)相结合,可压缩数值模型的计算空间和仿真时间,降低FDTD对计算机内存容量的需求,并减少CPU运行时间,从而使FDTD更加高效.本文以不连续波导作为仿真算例,用来衡

量ADI-FDTD+GRT的计算精度和效率.分析比较了ADI-FDTD+GRT、传统FDTD和HFSS三种方法得到的计算结果,并且将端面与参考面不同间距网格数的ADI-FDTD+GRT和传统ADI-FDTD的仿真结果和资源占用情况作了对比.

### 2 时间空间压缩技术

#### 2.1 时间压缩

随着非条件稳定的ADI-FDTD的出现,时间步长不再受Courant稳定条件的限制,而是由数值色散误差来确定.ADI-FDTD突出的优点是可以缩短仿真时间.尽管每个时间步的计算时间有所增加,但由于时间步长成倍增大,可使总时间步数成倍减小,所以总的仿真时间仍然会显著减少.

把交替方向隐式技术应用到FDTD的迭代公式中,对Maxwell方程进行处理,得到仅在两个方向上交替的表达式.由于在两个方向上交替用隐式表达,ADI-FDTD的计算需要把FDTD的迭代计算分成两步来进行,即把从第 $n$ 步到第 $(n+1)$ 步求解过程分裂成 $n$ 到 $(n+1/2)$ 步和 $(n+1/2)$ 到 $(n+1)$

步两个亚时间步来进行. 以电场分量  $E_x$  为例<sup>[3]</sup>,

①从第  $n$  步到第  $(n+1/2)$  步:

$$E_x |_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} = E_x |_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \frac{\Delta t}{2\epsilon} [(H_z |_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^n - H_z |_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^n) / \Delta y - (H_y |_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^n - H_y |_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^n) / \Delta z] \quad (1a)$$

$$H_y |_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_y |_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^n + \frac{\Delta t}{2\mu} [(E_x |_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_x |_{i-1,j,k+\frac{1}{2}}^n) / \Delta x - (E_x |_{i+\frac{1}{2},j+1,k}^n - E_x |_{i+\frac{1}{2},j-1,k}^n) / \Delta z] \quad (1b)$$

②从第  $(n+1/2)$  步到第  $(n+1)$  步:

$$E_x |_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = E_x |_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2\epsilon} [(H_z |_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z |_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}) / \Delta y - (H_y |_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y |_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) / \Delta z] \quad (2a)$$

$$H_z |_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = H_z |_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2\mu} [(E_x |_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - E_x |_{i-1,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}) / \Delta x - (E_y |_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} - E_y |_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k-1}^{n+\frac{1}{2}}) / \Delta y] \quad (2b)$$

式(1a)、(1b)和式(2a)、(2b)都是隐式, 将式(1a)、(1b)联立消元, 得到前半个时间步长的电场分量  $E_x$  的求解方程, 在整个计算域中求解方程组, 得到该电场分量值. 另两个电场分量  $E_y$  和  $E_z$  的求解方法与  $E_x$  相同. 求得各电场分量后, 可由式(1b)得到磁场分量  $H_y$ , 另两个磁场分量  $H_x$  和  $H_z$  的求解方程与式(1b)类似, 从而得到前半个时间步长的六个场分量. 同样方法可以计算后半个时间步长的场分量, 这样就完成了从第  $n$  步到第  $(n+1)$  步的计算.

### 2.2 空间压缩

利用 FDTD 计算散射参量时, 为了减小吸收边界对计算结果的影响, 通常的做法是将参考面与吸收边界的距离设置得足够大, 同时又要保证参考面与不连续结构有足够长的距离, 以使由不连续结构产生出的高次模在到达参考面之前衰减掉. 这样就需增大仿真模型尺寸, 造成计算资源的浪费.

仿真模型尺寸的增大更是严重影响 ADF FDTD 对计算资源的占用. 由于 ADF FDTD 计算过程要比 FDTD 多存储三个二维数组和三个一维数组, 而且还要进行方程组求解, 所以要花费更多的内存和 CPU 时间, 这样就削弱了 ADF FDTD 节省仿真时间的优点.

X. P. Lin 提出的 GRT 很好地解决了这个问题. 当端面接

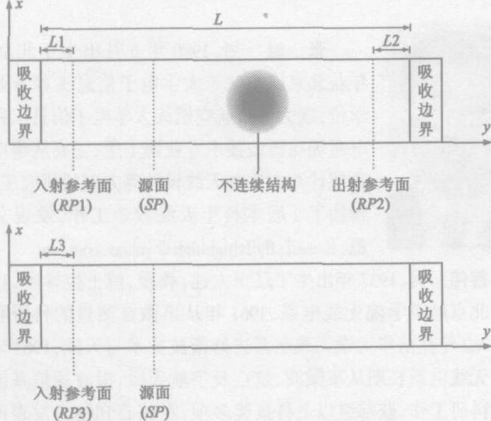


图 1 改进的 GRT 原理图

近参考面时, 不仅节省了内存空间, 还减小了由吸收边界引起的计算误差. 在软激励条件下, 通过改进 X. P. Lin 的 GRT 方法, 即通过正确选择源面与参考面的位置, 在保持 GRT 原有两大优点的同时, 不仅可以得到  $S_{21}$ , 还可以精确计算  $S_{11}$ .

以图 1 为例, 设  $V_{in}$ 、 $V_j$  分别为参考面  $j$  (RPj) 通过 FFT 得到的频域入射电压射后总电压,  $L_i$  为参考面  $i$  (RPi) 与端面间距,  $L$  是近端面与远端面间距,  $\Gamma_f$ 、 $\Gamma_s$  分别为远端面和近端面的反射系数 (由吸收边界造成的反射),  $\gamma$  是传播常数. 可以得到  $V_1 = V_{in} \cdot (1 + \Gamma_s e^{-2\gamma L_1}) / (1 - \Gamma_f \Gamma_s e^{-2\gamma L})$ ,  $V_2 = V_{2in} \cdot (1 + \Gamma_f e^{-2\gamma L_2}) / (1 - \Gamma_s \Gamma_f e^{-2\gamma L})$ ,  $V_3 = V_{3in} \cdot (1 + \Gamma_s e^{-2\gamma L_3}) / (1 - \Gamma_f \Gamma_s e^{-2\gamma L})$ . 为了简化上式, 取  $L_1 = L_2 = L_3$ , 同时不考虑两端面吸收边界的二次反射 ( $\Gamma_f \Gamma_s = 0$ ), 并且保证两端面吸收边界设置相同 ( $\Gamma_f = \Gamma_s$ ), 这样就容易得到  $S_{21} = V_2 / V_3 = V_{2in} / V_{3in}$ . 对于  $S_{11}$ , 根据 FT 的线性原理,  $S_{11} = \int [V_1(t) - V_3(t)] / \int [V_3(t)] = (V_1 - V_3) / V_3 = (V_{in} - V_{3in}) / V_{3in}$ . 因此, 应用改进的 GRT 方法的条件为  $L_1 = L_2 = L_3$ , 并且  $1 \leq L_i \leq 5$  个网格.

### 3 数值算例

选用 Arndt 所用算例<sup>[4]</sup>. WR3 波导内部截面尺寸为  $0.864\text{mm} \times 0.432\text{mm}$ , 取长度为  $2.016\text{mm}$ . 在波导段中部均匀填充长度为  $0.504\text{mm}$ 、相对介电常数  $\epsilon_r$  为 3.7 的介质材料, 如图 2

采用均匀网格划分, 网格尺寸为  $\Delta y = 0.036\text{mm}$ ,  $\Delta x = \Delta z = 0.03583\text{mm}$ , 网格数为  $24 \times 56 \times 12$ , 时间步长取  $\Delta t = \Delta t_{CFL} = 0.0691\text{ps}$ , 迭代 2000 步. 研究波导主模传输 ( $217\text{GHz} \sim 333\text{GHz}$ ), 源面上场值呈主模分布,

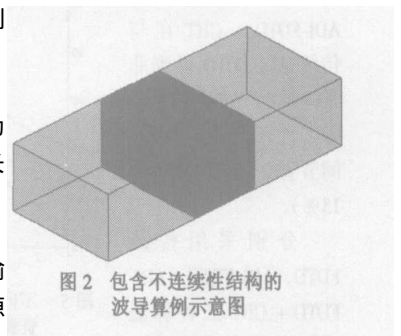


图 2 包含不连续性结构的波导算例示意图

同时选用软激励<sup>[5]</sup>, 激励波形采用调制高斯脉冲  $E(x, t) = \exp[-(t - t_0)^2 / 2T^2] \sin(\omega_m t) \sin(\pi x / a)$ , 其中  $T = \sqrt{6} / \pi (f_{\max} - f_{\min})$ ,  $t_0 = 4T$ ,  $f_m = 0.5(f_{\max} + f_{\min})$ . 源面置于  $y_{sp} = 6\Delta y$ , 取  $L_1 = L_2 = L_3 = 1$  个网格, 即参考面 1、2、3 分别置于  $y_{r1} = y_{r3} = 1\Delta y$ ,  $y_{r2} = 55\Delta y$ . 波导两端设置相同的 PML 吸收边界 (层数为 10 层, 理论反射系数为  $10^{-6}$ , 幂指数为 3), 从而保证  $\Gamma_f = \Gamma_s$ .

用传统 FDTD 对该算例进行仿真, 用来验证本文算法的计算精度. 这时为完全消除吸收边界的影响, 波导总长取为  $L = 2000\Delta y$ . 时间步长取  $\Delta t = 0.065\text{ps}$ . 源面置于  $y_{sp} = 955\Delta y$ , 参考面 1、2 分别置于  $y_{r1} = 960\Delta y$ ,  $y_{r2} = 1060\Delta y$ , PML 设置保持不变.

使用 ANSOFT 公司有限元软件 HFSS 进行仿真验证. ADF FDTD+ GRT、传统 FDTD 和 HFSS 三种方法得到的仿真结果绘于图 3.

为了比较端面与参考面不同间距网格数的 ADF FDTD+ GRT 与传统 ADF FDTD 计算结果的差异, 将端面置于距参考面  $i$  个网格处 ( $i = 1 \sim 9$ ), 记为 ADF FDTD+ GRT( $i$ ) ( $i$  为端面与参考面间距的网格数), 进行仿真后, 得到不同  $i$  时的

ADF-FDTD+GRT 的散射参量,以传统 ADF-FDTD( $i=10$ )作为基准,比较结果(绝对误差)绘于图 4.

在使用传统 FDTD 仿真时,为使吸收边界对仿真结果的影响降到最小,就要保证入射(出射)参考面与近(远)端面的间距足够大.本文选用足够长的波导( $L=2000\Delta y$ )作为传统 FDTD 的仿真对象,使得入射波到达近(远)端面吸收边界反射后,而尚未到达入射(出射)参考面时,仿真计算过程已经完成,这样无论选用何种吸收边界都不会对计算结果产生影响,因此可以得到理想的计算结果.当然,这是以牺牲计算资源为代价的,所以图 3 中绘出的传统 FDTD 结果曲线可以认为是理想值曲线,可以看出 ADF-FDTD+GRT 得到的结果与传统 FDTD 结果(理想值)非常一致.由图 4 可看出,不同  $i$  时的 ADF-FDTD+GRT 可以得到与传统 ADF-FDTD 基本相同的结果,所以 ADF-FDTD+GRT 的计算精度是相当高的.

为了衡量本文算法的计算效率,对由 Fortran90 语言编制而成的计算程序进行计算资源占用情况的测试.测试平台为 P4 处理器(主频 2GHz),DDR266 内存(1GB),操作系统为 Windows2000,编译器为 Microsoft Fortran PowerStation 4.0.本文算法对计算资源的占用情况(相对于传统 ADF-FDTD)绘于图 5.

由图 5 可看出,ADF-FDTD+GRT 在与传统 ADF-FDTD 得到非常一致结果的同时,节省了计算资源(CPU 时间节省 23%,内存节省 15%).

分别采用传统 FDTD、ADF-FDTD、ADF-FDTD+GRT 三种算法进行仿真,并将资源占用情况列于表 1.

表 1 三种算法资源占用情况( $CFLN = \Delta t / \Delta t_{crit}$ )

算法	资源占用	
	内存/(MB)	CPU 时间/(S)
传统 FDTD ( $24 \times 94 \times 12$ )	6.312	50
ADF-FDTD ( $24 \times 94 \times 12$ )	CFLN=1	10.172
	CFLN=10	53
ADF-FDTD+GRT ( $24 \times 74 \times 12$ )	CFLN=1	8.636
	CFLN=10	42

与传统 ADF-FDTD 相比,ADF-FDTD+GRT 可以节省计算时间和所需内存空间,并且时间步长不受 Courant 稳定条件限制,这样进一步减少了 CPU 运行时间,所以 ADF-FDTD+GRT 是一种高效的 FDTD 算法.

## 4 结论

本文把改进的 GRT 与传统 ADF-FDTD 相结合,用来分析波导电路.由于改进后的 GRT 可以计算全部散射参量,拓宽了传统 GRT 的应用范围.通过算例证明,这种 ADF-FDTD+GRT 时空压缩技术的运用,在有效地节省大量宝贵计算资源

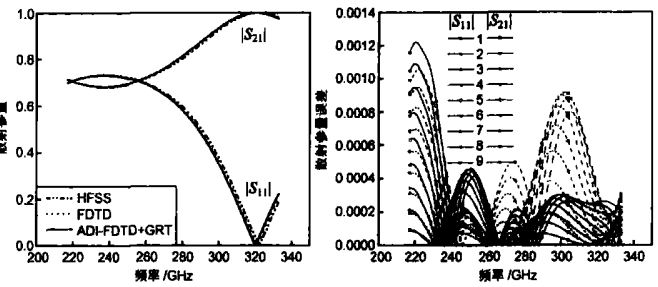


图 3 三种算法的散射参量

图 4 不同  $i$  时的 GRT 的散射参量误差

的同时,还得到了非常精确的仿真结果,所以 ADF-FDTD+GRT 是一种高效算法.由于运用本文改进的 GRT 技术方法时,必须满足推导过程中的假设条件,使得参考面的设置不再具有任意性,这也是在建立仿真模型时需要特别注意的问题.

参考文献:

- [1] Lin X P, Naishadham K. A simple technique for minimization of ABC-induced error in the FDTD analysis of microstrip discontinuities[J]. IEEE Microwave Guided Wave Lett., 1994, 4(12): 402-404.
- [2] Namiki T. A new FDTD algorithm based on alternating direction implicit method[J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1999, 47(10): 2003-2007.
- [3] 高文军, 吕善伟. 一种非条件稳定的隐式时域有限差分法[J]. 电子学报, 2002, 30(6): 900-902.  
Gao Wenjun, Lü Shanwei. An Unconditionally Stable Implicit Finite Difference Time Domain Method[J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 2002, 30(6): 900-902 (Chinese Source)
- [4] Krupezevic D V, Bankovic V J, Amdt F. The wave equation FDTD method for the efficient eigenvalue analysis and S-matrix computation of waveguide structures[J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1993, 41(12): 2109-2115.
- [5] 赵安平, 于荣金, 刘立杰. 一种用于时域有限差分分析波导和微带电路的源激励技术[J]. 电子学报, 1998, 26(2): 57-64.  
Zhao Anping, Yu Rongjin, Liu Lijie. A source excitation technique for the FDTD analysis of waveguide and microstrip circuits [J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 1998, 26(2): 57-64. (Chinese Source)

作者简介:



张岩男, 1980年6月出生于北京, 2002年获北京航空航天大学电子信息工程专业学士学位, 现为北京航空航天大学电子信息工程学院电磁场与微波技术专业博士生, 主要从事电磁场数值计算方法和天线设计等方面的研究工作, 并参加了2届本科生天线教学工作, 发表文章多篇. E-mail: flyflyhighhigh@yahoo.com.cn.

吕善伟男, 1937年出生于辽宁大连, 教授、博士生导师, 1960年毕业于北京航空学院无线电系, 1961年从事微波测量的科研和教学工作, 1962年在清华大学无线电系进修微波技术与天线, 1963年至今在北航无线电系长期从事微波、航空及宇航天线、微波通信系统方面教学和科研工作. 获部级以上科技奖多项, 在核心期刊上发表论文百余篇, 出版著作多部. E-mail: lue\_shw@yahoo.com.cn.